



از ازل تا ابد؛ بی‌نهایت!

حسین نامی ساعی

در شب هر وقت به آسمان نگاه می‌کردم، دوست داشتم بدانم و از خودم می‌پرسیدم که چند ستاره در آسمان هست؟ ستارگان را می‌شمردم، ولی می‌دانستم که هرگز شمردم به پایان نمی‌رسد؛ و پاسخ این سؤال در ابهام باقی می‌ماند. همیشه سؤال‌هایی هستند که هیچ‌وقت شاید نتوانیم پاسخی برای آن‌ها پیدا کنیم؛ سؤال‌هایی نظیر: چند ستاره در آسمان هست؟ چند دانه شن در ساحل دریا وجود دارد؟ تعداد کل برگ‌های درختان در دنیا چقدر است؟ تعداد مولکول آب در دریا چقدر است؟ تعداد تارهای موی تمام انسان‌ها چقدر است؟ و از این قبیل ... از خودتان بپرسید: بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عددی که می‌شناسید چه عددی است؟ حتماً قبول دارید که بعد از بزرگ‌ترین عددی که می‌شناسید و همچنین قبل از کوچک‌ترین عددی که به آن رسیده‌اید هم عدد دیگری وجود دارد که بزرگ‌تر و کوچک‌تر از آن‌هاست! تا جایی که می‌توانید بشمارید و بعد از آخرین عددی که شمرده‌اید باز هم بشمارید. شما می‌توانید به آخرین عددی که شمرده‌اید یکی اضافه کنید و به عدد جدیدی برسید. این فرایند را تا بی‌نهایت ادامه دهید و به عددهای جدیدتر و جدیدتری برسید. تا کجا می‌توانید ادامه دهید؟ تا بی‌نهایت.

بی‌نهایت منفی و بی‌نهایت مثبت، ازل و ابد؛ بدون اول و ابتدا و بدون آخر و انتها؛ دو مفهوم ذهنی که هیچ تصویری درباره آن‌ها نداریم. بی‌نهایت یکی دیگر از مفاهیم اصلی ریاضی است. بی‌نهایت یعنی چه؟ شما چه تصویری درباره بی‌نهایت دارید؟ در ریاضیات، تقریباً همه شما با دنباله‌های عددی آشنا هستید که بی‌پایان هستند؛ مانند:

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ یعنی «مجموعه عددهای حسابی» که از سمت راست نامحدود است و تا بی‌نهایت ادامه دارد؛

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$ یعنی «مجموعه عددهای طبیعی» که از سمت راست نامحدود است و تا بی‌نهایت ادامه دارد؛

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ یعنی «مجموعه عددهای صحیح» که هم از سمت چپ و هم از سمت راست نامحدود است و تا بی‌نهایت ادامه دارد. بچه‌ها واقعاً بی‌نهایت چه عددی است؟ پاسخ این است که، بی‌نهایت یک عدد واقعی نیست، یک ایده است. ایده چیزی بدون پایان و یک مفهوم انتزاعی و ذهنی است. ما نمی‌توانیم به بی‌نهایت برسیم و قادر نیستیم بی‌نهایت را اندازه بگیریم. در واقع، بی‌نهایت بالقوه هرگز وجود ندارد. فراتر از بی‌نهایت، بی‌نهایت دیگری هست، و فراتر از آن، یک بی‌نهایت دیگر ... و حتی پس از اینکه به بی‌نهایتی از بی‌نهایت‌ها رسیدی، باز هم بی‌نهایتی فراتر از آن وجود دارد. ضمن اینکه بی‌نهایت یک مفهوم واقعی است، اما بی‌نهایت عضوی از مجموعه عددهای حقیقی به حساب نمی‌آید. بی‌نهایت یک فضای بی‌پایان است. بی‌نهایت بی‌اندازه بزرگ و گسترده و غیرقابل تصور است. بی‌نهایت نامحدود و بی‌حد و مرز است. یک مثال خوب از بی‌نهایت «عدد پی» است. تعداد رقم‌های عدد پی بی‌نهایت است و ریاضی‌دانان برای سادگی عدد پی را گرد کرده‌اند و به صورت $3/14$ نمایش می‌دهند. ما در ریاضیات می‌دانیم هر عددی که بر خودش تقسیم شود، حاصل برابر با یک می‌شود که درست است. اما اگر بی‌نهایت را بر بی‌نهایت تقسیم کنیم، حاصل دیگر یک نمی‌شود؛ بلکه مبهم و تعریف نشده است. چون بی‌نهایت در واقع یک عدد نیست، بنابراین شما نمی‌توانید بر آن تقسیم کنید یا آن را به توان برسانید. بی‌نهایت برابر است با مجموعه تمام عددهایی که غیرقابل شمارش هستند. توجه کنید که حاصل تقسیم هر عدد بر بی‌نهایت برابر با ۰ است، اما بی‌نهایت تقسیم بر صفر نامفهوم است. بی‌نهایت تقسیم بر بی‌نهایت هم تعریف نشده است. همچنین بی‌نهایت ضربدر بی‌نهایت و بی‌نهایت به توان بی‌نهایت هم مبهم هستند و ...

و آخر اینکه بی‌نهایت را با نماد ∞ نمایش می‌دهند. این نماد را اولین بار **جان والیس**، ریاضی‌دان انگلیسی در سال ۱۶۵۵ به کار برد.

و اما یک خبر خوب درباره مناسبت‌های ماه: توجه کنید که از شماره ۱ در هر شماره با پویش رمزینۀ سریع پاسخ که در بالای صفحه فهرست درج شده، می‌توانید مطالبی خواندنی به قلم توانا و دلنشین حجت‌الاسلام سجاد کرمی را بخوانید.